Om jordrotationens inverkan på vindströmmar i hafvet.

AKADEMISK AFHANDLING,

SOM MED TILLSTÅND AF

VIDTBERÖMDA FILOSOFISKA FAKULTETENS I UPSALA MATEMATISK-NATURVETENSKAPLIGA SEKTION

FÖR VINNANDE AF

FILOSOFIE DOKTORSGRAD

TILL OFFENTLIG GRANSKNING FRAMSTÄLLES

AF

V. WALFRID EKMAN

FILOSOFIE LICENTIAT AF STOCKHOLMS NATION

Å

LÄROSALEN N:o XI

Lördagen den 26 April 1902 kl. 10 f. m.

Separataftryk af »Nyt Magazin f. Naturvidenskab.« B. 40, H. 1. Kr.ania 1902.

Om jordrotationens inverkan på vindströmmar i hafvet.

Af

V. Walfrid Ekman.

Man har länge haft sig bekant, att jordens rotation omkring sin axel verkar afböjande på hafsströmmarnas rörelseriktning, så att strömmarna på nordliga breddgrader har en tydlig benägenhet att följa den *högra* kusten. Någon större uppmärksamhet har man likväl icke fäst vid denna omständighet, såvidt jag kan döma af den litteratur som är mig bekant, och Prof. Krümmel framställer i sin oceanografi den åsikten, att jordrotationen sannolikt har ringa inverkan på hafströmmarnas banor. Särskildt må framhållas att i Zöppritz' vindströmsteori[1], som erhållit en framstående plats i litteraturen, intet afseende fästes vid jordrotationens inverkan, och jag skall i det följande upptaga hans resultat till jämförelse med dem, som här skola framställas.

Professor Mohn är, såvidt jag vet, den förste som gjort ett försök att kvantitativt beräkna jordrotationens inverkan på vindströmmarna och på denna grundval helt genomföra teorien för

---

[1] K. Zöppritz. Hydrodynamische Probleme in Beziehung zur Theorie der Meeresströmungen. Wied. Ann. III (1878). Seite 582.

de samma[1]. Prof. MOHN tager härvid till utgångspunkt ZÖPPRITZ' vindströmsteori och speciellt det resultat af den samma att vindströmmarna, i den mån kontinenternas läge tillåter det, följa vindens medelriktning. Han beräknar under dessa förutsättningar den lutning af hafsytan, som afböjningskraften åstadkommer, och söker sedan konsekvenserna af denna hafsytans lutning.

Emellertid har Prof. FRIDTJOF NANSEN nyligen gjort en upptäckt, som gifvit ett alldeles nytt uppslag till kännedomen om vindströmmarnas lagar. Den Norska nordpolsexpeditionen 1893—96 medförde ett rikt material af vindobservationer och isdriftobservationer (geografiska ortbestämningar). Vid bearbetandet af detta material har Prof. NANSEN funnit — såsom han i en snart utkommande afhandling[2] meddelar — att *vindströmmen regelbundet afvek 20°—40° till höger om vindens egen riktning, och han förklarar detta som en naturlig och nödvändig följd af jordrotationens inverkan.* Prof. NANSEN drog vidare genast den slutsatsen, att eftersom strömmen fortplantas mot djupet på så sätt att hvarje vattenlager rör sig liksom en vind öfver det närmast undre lagret och sålunda sätter detta i rörelse, så kommer det undre lagrets hastighetsriktning i sin ordning att afvika något till höger om det öfre lagrets. Sålunda skulle man kunna vänta sig att på tillräckligt stort djup finna strömmar som till och med böjt af 180° och gå i motsatt riktning mot vinden; och afböjningsvinkelns tilltagande mot djupet skulle äfven förorsaka en minskning uti vindens förmåga att åstadkomma hafsströmmar, synnerligast på höga breddgrader.

På Prof. NANSENS vänliga uppmaning har författaren därför sökt att teoretiskt utröna lagarna för vindströmmar under in-

---

[1] H. MOHN. Nordhavets Dybder, Temperaturer og Strømninger. Den Norske Nordhavs-expedition 1876—1878. 2 Bind. Christiania 1887.

[2] FRIDTJOF NANSEN. Oceanography of the North Polar Basin. The Norwegian North Polar Expedition 1893—1896. Scientific Results. Vol. III. No. 9. Kristiania 1902.

verkan af jordrotationen, och jag skall i denna uppsats meddela de väsentligaste resultat till hvilka jag hittills kommit, resultat hvilka stå i fullkomlig öfverensstämmelse med Prof. NANSENS ofvan nämnda resonnemang.

Det problem, hvars exakta lösning utgör kärnpunkten af undersökningen, har jag ställt så enkelt som möjligt. I en del af hafvet, inom hvilken jordytans rundning kan negligeras, och på hvilken icke verka andra krafter än en stadig, öfverallt lika riktad vind, sökes en stationär relativ rörelse på den roterande jorden. Därvid antages att på alla håll vattnet kan fullkomligt fritt strömma in eller ut ur det tänkta området, och man finner då en viss rörelse, vid hvilken hvarje horizontalskikt af vattnet rör sig som ett helt, parallelt med sig självt, det ena glidande öfver det andra liksom en bunt tunna skifvor. Rörelsen är alltså bestämd så, att den på hvarje skikt verkande friktionen (ifrån vattenlagren närmast under och öfver eller ifrån luften) skall jämt balansera den på samma skikt verkande afböjningskraften. Man finner då, att strömriktningen ifrån ytan och nedåt vrider sig liksom stegen på en spiraltrappa, samtidigt med att hastigheten snabbt aftager, så att den efter det första hvarfvet eller halfhvarfvet är praktiskt taget omärklig. Yströmmens afböjningsvinkel från vindriktningen skulle därvid vara konstant 45°, och sålunda af samma storhetsordning som den, hvilken Prof. NANSEN funnit i ishafvet. Det måste anmärkas att det nödtvungna antagandet, att rörelseekvationerna för vattnet äro lineära, innebär en väsendtlig afvikelse från det verkliga förhållandet, och att man därför icke har rätt att vänta sig bättre öfverensstämmelse än den ofvan angifna.

I det fall att rörelsen *icke* är stationär har jag ej lyckats erhålla någon exakt lösning. För att få ett begrepp om den tid som åtgår, för att vindströmmen skall erhålla sin fulla utveckling, har jag därför sökt ungefärligen uppskatta den tid vinden behöfver till att meddela vattnet en mot den stationära strömmen svarande *rörelseenergi*. Denna tid befinnes vara oberoende af vindens styrka och af friktionens storlek i hafvet, men ändras med den geografiska bredden; utanför vändkretsarna är den blott ett eller par dygn eller t. o. m. några timmar.

De allmännaste teoretiska resultaten i denna afhandling samt vissa tillämpningar af dem på isdrift och hafsströmmar finnas meddelade i den ofvan citerade afhandlingen af Prof. NANSEN. Jag skall här gifva en fullständigare framställning af problemets teoretiska lösning och en del slutsatser af den samma. Däremot måste flera betydelsefulla praktiska problem lämnas åsido i detta meddelande, och detta gäller särskildt de viktiga frågorna om kusternas inverkan m. m., hvilka icke torde kunna få ett tillförlitligt svar utan experimentella undersökningar.

Lösning af problemet om stationära vindströmmar.

I det följande skall antagas, att de enda drifkrafterna för vattnets rörelse äro *vinden* samt den med jordrotationens inverkan ekvivalenta „*sammansatta centrifugalkraften*", som korteligen brukar benämnas „afböjningskraften". Alla andra krafter och störande omständigheter skola här lämnas ur räkningen, ehuru de naturligtvis i många fall äro af stor eller rent af dominerande betydelse. Sålunda bortses från olikheterna i vattnets täthet, och äfven ifrån inverkan af kusterna och hafsbottens form, närgränsande hafsströmmar m. m., och antages att vattnet på alla håll kan fritt strömma in eller ut ur det betraktade området. För att ytterligare förenkla problemet skall jag bortse från jordytans rundning, såtillvida att hela den ifrågavarande delen af *hafsytan betraktas såsom plan*. Inom det sålunda begränsade området antager jag att en fullt *stationär rörelse* hunnit utbilda sig under inverkan af en oföränderlig och *öfverallt lika riktad vind*. Af symmetriskäl följer då, att allting skall vara lika i hvarje punkt af hafsytan och äfvenså i hvarje punkt af ett annat därmed parallelt plan.

De dynamiska ekvationerna för stationär rörelse i vatten (hvilket ju kan antagas inkompressibelt) äro

$$q\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}\right)=qX-\frac{\partial p}{\partial x}+\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)$$

$$q\left(u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}\right)=qY-\frac{\partial p}{\partial y}+\mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right) \quad (1)$$

$$q\left(u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z}\right)=qZ-\frac{\partial p}{\partial z}+\mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right),$$

där

u, v, w = hastighetskomposanterna längs x-, y-, z-axlarna
X, Y, Z = masskraftskomposanterna — - - - —
q = vattnets täthet
p = vätsketrycket
μ = friktionskoefficienten.

Det bör då anmärkas, att när vi antaga dessa ekvationer gälla för de stora rörelserna i hafvet, så innebär detta en betydlig, ehuru praktiskt nödvändig, afvikelse från de verkliga förhållandena. Ekvationerna (1) innebära nämligen att friktionskrafternas storlek är proportionell mot hastighetsderivatorna $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y} \dots$ o. s. v., och detta har bekräftat sig när det gäller tillräckligt långsamma rörelser i tillräckligt små kärl. Men om dessa hastigheter och lineära dimensioner öfverskridas, så uppträda, såsom O. Reynolds visat, jämte de stora, regelbundna rörelserna äfven hvirflar, hvilkas förlopp man hvarken kan eller önskar beräkna; och om man med bortseende från hvirflarna betraktar de regelbundna rörelserna enbart, så finner man att dessa nu tyckas försiggå, som om friktionskrafterna voro proportionella ungefär mot *kvadraterna* på hastighetsderivatorna. Skulle motsvarande ändring göras i rörelseekvationerna, så skulle emellertid härigenom alldeles nya, stora svårigheter inträda, och den enda utvägen är, att vi räkna med de ofvan anförda vanliga ekvationerna.

Emedan rörelsen skall vara lika i alla punkter på ett och samma djup under vattenytan, så förenklas ekvationerna (1) betydligt. Låt z-axeln vara riktad vertikalt nedåt och låt x- och y-axlarna ligga i vattenytan, y-axeln 90^0 till *vensler* om x-axeln.

Då måste w, $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$, $\frac{\partial v}{\partial x}$, $\frac{\partial v}{\partial y}$, $\frac{\partial w}{\partial x}$, $\frac{\partial w}{\partial y}$, $\frac{\partial p}{\partial x}$ och $\frac{\partial p}{\partial y}$ vara öfverallt $= 0$. Den tredje ekvationen (1) blir alltså öfverflödig, och de två första förenklas till

$$0 = qX + \mu \frac{d^2u}{dz^2}; \quad 0 = qY + \mu \frac{d^2v}{dz^2}, \tag{2}$$

där ej längre partiella derivattecken äro behöfliga, emedan z är den enda oberoende variabeln.

X och Y äro horizontalkomposanterna af „sammansatta centrifugalkraften“ d. v. s. jordrotationens afböjningskraft:

$$X = 2v\omega \sin \varphi; \quad Y = -2u\omega \sin \varphi,$$

där ω = jordens vinkelhastighet 0.0000729, och φ = den geografiska bredden. Om därjämte beteckningen

$$a^2 = \frac{q\omega \sin \varphi}{\mu}$$

införes, så blifva ekvationerna (2)

$$\frac{d^2u}{dz^2} + 2a^2v = 0; \quad \frac{d^2v}{dz^2} - 2a^2u = 0. \tag{3}$$

Genom elimination, först af v och sedan af u, erhålles ur dessa

$$\frac{d^4u}{dz^4} + 4a^4u = 0; \quad \frac{d^4v}{dz^4} + 4a^4v = 0,$$

och dessa differentialekvationers fullständiga integraler äro[1].

$$u = C_1 e^{az} \cos(az + c_1) + C_2 e^{-az} \cos(az + c_2)$$

$$v = C_3 e^{az} \cos(az + c_3) + C_4 e^{-az} \cos(az + c_4).$$

Dessa uttryck på u och v satisfiera emellertid icke obetingadt ekvationerna (3). Såsom villkor härför finner man, att likheterna

$$C_3 \cos(az + c_3) = C_1 \sin(az + c_1)$$

$$C_4 \cos(az + c_4) = - C_2 \sin(az + c_2)$$

skola vara identiskt uppfyllda, och det slutliga integralsystemet blir följaktligen

$$\left.\begin{aligned} u &= C_1 e^{az} \cos(az + c_1) + C_2 e^{-az} \cos(az + c_2) \\ v &= C_1 e^{az} \sin(az + c_1) - C_2 e^{-az} \sin(az + c_2), \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

hvilket tydligen satisfierar ekvationerna (3).

Ekvationerna (4) innefatta alltså den finita lösningen af problemet om stationära vindströmmar, och det återstår nu att bestämma konstanterna och diskutera de slutliga formlerna.

Låtom oss först antaga, att *vattnets djup är oändligt.* Detta fall är enklast att diskutera och skall i det följande mest sysselsätta oss. Praktiskt taget innebär ju antagandet af oändligt djup endast, att hafsbotten ligger djupare än den nivå, till hvilken vindströmmen skulle kunna tränga ned med märkbar styrka. Teoretiskt innebär det, att

$$u = v = 0 \quad \text{för } z = \infty,$$

---

[1] I dessa ekvationer antages a vara positiva fjärde roten ur a^4. I det följande blifva ekvationerna därför riktiga endast för *norra* halfklotet där a^2 är positiv. Huru resultaten skola ändras för att gälla för sydliga breddgrader, är emellertid i hvarje fall lätt att se.

hvilket är liktydigt med $C_1 = 0$. Ekvationerna (4) blifva härigenom

$$u = C_2 e^{-az} \cos(az + c_2)$$

$$v = -C_2 e^{-az} \sin(az + c_2).$$

Betecknas nu hastigheten i vattenytan med V_0, och lägges x-axeln utmed dennas riktning, så blir $C_2 = V_0$ och $c_2 = 0$; och u och v antaga den enkla formen

$$u = V_0 e^{-az} \cos az$$

$$v = -V_0 e^{-az} \sin az \tag{5}$$

$$a = \sqrt{\frac{q\omega \sin\varphi}{\mu}}.$$

Strömhastigheten V^z och vinkeln α^z mellan x-axeln och strömriktningen äro således:

$$V_z = V_0\, e^{-az} \tag{6}$$

$$\alpha_z = -az = -z\sqrt{\frac{q\,\omega \sin\varphi}{\mu}}. \tag{7}$$

Komposanterna längs x- och y- axlarna af det på vattenytan verkande *tangentialtrycket* T (vindtrycket) äro enligt de allmänna hydrodynamiska formlerna

$$-\left(\mu \frac{\partial u}{\partial z}\right)_{z=0}, \qquad -\left(\mu \frac{\partial v}{\partial z}\right)_{z=0}.$$

Af (5) finner man att dessa komposanter äro sinsemellan lika, nämligen

$$-\left(\mu \frac{\partial u}{\partial z}\right)_{z=0} = -\left(\mu \frac{\partial v}{\partial z}\right)_{z=0} = V_0 \sqrt{\mu\, q\, \omega \sin\varphi},$$

och vindtrycket är alltså riktadt 45° till venster om x-axeln (d. v. s. ytströmmens riktning) och verkar på hvarje ytenhet med kraften

$$T = V_0 \sqrt{2 \mu q \omega \sin \varphi} . \tag{8}$$

Eftersom vindtrycket på vattenytan har samma riktning som vinden själf, sådan den skulle hafva bestämts från ett med vattnet drifvande fartyg, så hafva vi alltså funnit, att *ytströmmen vid stationär rörelse afviker regelbundet 45° till höger om vindriktningen*[1]. Ekvationen (7) visar att *strömriktningen vrider sig med tilltagande djup likformigt åt höger* (på norra halfklotet), ett hvarf för hvarje ökning af djupet med $2\pi \sqrt{\frac{\mu}{q \omega \sin \varphi}}$ längdenheter. *Samtidigt aftager strömhastigheten med djupet efter en geometrisk progression* (enligt ekvationen 6), i det den minskas med faktorn $e^{-2\pi} = \frac{1}{536}$, för hvar gång strömriktningen vrider sig ett hvarf.

Den sålunda beskrifna rörelsen är på ett enkelt sätt representerad af fig. 1 sid. 46. De från koordinatcentrum utgående pilarna beteckna strömhastighet till storlek och riktning på olika djup. Pilen längs x-axeln betecknar ytströmmen, och de öfriga gälla i ordning för stigande djup, nämligen för $z = \frac{\pi}{10} \sqrt{\frac{\mu}{q \omega \sin \varphi}}$ och alla hela multipler däraf. Dessa strömpilar kunna sålunda tänkas bilda en spiraltrappa med mot djupet ständigt aftagande bredd. Det är då i viss mån obestämdt, hvad som skulle menas med *djupet af den af vinden drifna ytströmmen*. För att

[1] Strömmens afböjningsvinkel från den *absoluta* vindriktningen är, som Prof. Nansen anmärkt. något mindre och kan beräknas om man känner förhållandet mellan ytströmmens och vindens hastighet. Då detta förhållande i allmänhet är litet, så skulle ytströmmens afböjning från den absoluta vindriktningen vara ganska nära 45°. Hade vinden och strömmen samma hastighet, så skulle afböjningsvinkeln naturligtvis vara noll.

hafva en bestämd storhet att resonnera om skall jag emellertid räkna ytströmmens djup ned till *den nivå där strömmen går*

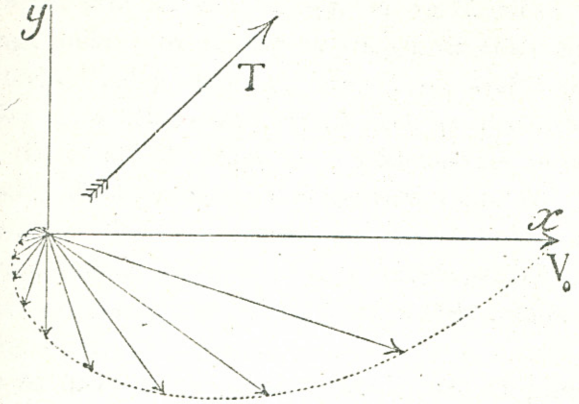

Fig. 1.

vinkelrätt mot hastigheten i själfva ytan. Om ytströmmens djup, så bestämdt, betecknas med D, så är alltså

$$D = \frac{\pi}{2a} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{\mu}{q\,\omega\,\sin\varphi}}, \tag{9}$$

och nedanför denna nivå visar sig vindens verkan endast i en jämförelsevis obetydlig motström.

Integralerna

$$\bar{u} = q\int_0^\infty u\,dz; \qquad \bar{v} = q\int_0^\infty v\,dz$$

af hastighetskomposanterna u och v äro ett mått på vattenmassans rörelsemoment längs x- och y-axlarna respektive. Man finner, om integrationen utföres, att

$$\bar{u} = -\bar{v} = \frac{q\,V_0}{2a}.$$

Hela vattenmassans rörelsemoment och medelhastighet är alltså riktad 45° till höger om ytströmmen och således *90°*

till höger om vindkraftens riktning. Detta har äfven sin enkla förklaring. På oändligt djup äro nämligen hastighetsderivatorna, och alltså äfven friktionen, noll; betraktas hela vattenmassan från ytan och nedåt som ett helt för sig, så verka alltså på denna massa inga andra yttre krafter än vinden och afböjningskraften. När rörelsen blifvit stationär, måste dessa krafter följaktligen vara lika stora och motsatt riktade, och emedan afböjningskraften är riktad 90° till höger om vattenmassans medelhastighet, så måste alltså denna sistnämnda vara riktad 90° till höger om vindkraftens riktning. Likaså, om man betraktar ett ytlager af ett visst ändligt djup, så är dess medelhastighet riktad 90° till höger om resultanten af vindkraften och friktionen mot ytlagrets undre yta.

Om vattnet är täckt af ett jämnt lager af is, så finner man att afböjningsvinkeln α_0 *blir något ökad.* Vattnets rörelse måste tydligen vara af samma natur som om istäcket ej funnes, och den kan antagas vara representerad af figur 1. T är nu isens tangentialtryck på det underliggande vattnet, och då ingen ändlig hastighetsskilnad kan finnas mellan isen och det närmaste vattenlagret, så måste isens hastighet vara V_0, riktad längs x-axeln. För enkelhets skull tänker jag mig isen sammandragen till samma täthet som vattnet. Dess tjocklek må vara h. Vindens tangentialtryck mot isen må vara T_1 och dess vinkel med x-axeln α_1. Då verka på hvarje ytenhet af istäcket vindtrycket T_1, vattnets friktion $-T$ samt afböjningskraften $2\,q\,h\,V_0\,\omega \sin\varphi$, och dessa tre krafter skola hålla jämvikt. Man får sålunda genom projektion af desamma först på y-axeln, sedan på x-axeln

$$T_1 \sin\alpha_1 = T \sin 45^\circ + 2\,q\,h\,V_0\,\omega \sin\varphi$$

$$T_1 \cos\alpha_1 = T \cos 45^\circ$$

och genom division på båda sidor om likhetstecknet

$$tg\,\alpha_1 = 1 + \frac{2\sqrt{2}\,q\,h\,V_0\,\omega \sin\varphi}{T}.$$

Af (8) och (9) erhålles

$$\frac{V_0 \cdot \sqrt{2}\, g\, \omega \sin \varphi}{T} = \sqrt{\frac{g\, \omega \sin \varphi}{\mu}} = \frac{\pi}{2D},$$

och man får alltså *isdriftens afböjning* α_1 *från vindriktningen bestämd af likheten*

$$tg\, \alpha_1 = 1 + \frac{\pi h}{D}.$$

Vore isens tjocklek t. ex. 1/50 af yteströmmens djup, så skulle alltså — såvida hafvet vore obegränsadt åt sidorna och nedåt, samt rörelsen blifvit fullt stationär — afböjningsvinkeln vara $\alpha_1 = 47°$, och om isen vore 1/10 af yteströmmen i tjocklek, så vore $\alpha_1 = 53°$.

Innan jag fortsätter att diskutera de erhållna formlerna, skall jag komplettera dem genom att härleda ekvationerna för stationära vindströmmar i ett haf af *ändligt, likformigt djup.* Vi återgå för den skull till ekvationerna (4) sid. 43, men skola nu i dessa införa villkoret

$$u = v = 0 \qquad \text{för } z = d,$$

där med d betecknas hafvets djup. Systemet (4) öfvergår därigenom till

$$u = \frac{1}{2}\, C \left[e^{a\zeta} \cos(a\zeta + c) - e^{-a\zeta} \cos(a\zeta - c) \right]$$

$$v = \frac{1}{2}\, C \left[e^{a\zeta} \sin(a\zeta + c) + e^{-a\zeta} \sin(a\zeta - c) \right],$$

där C och c äro nya arbiträra konstanter, och $\zeta = d - z$ betecknar en vattenpartikels afstånd från hafsbotten. En ändring af konstanten c i dessa ekvationer innebär endast en lika stor vridning af koordinatsystemet, och vi kunna därför sätta $c = 0$. Införas därjämte de vanliga, bekväma beteckningarna

$$\operatorname{Cosh} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}; \qquad \operatorname{Sinh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2},$$

så blifva uttrycken för u och v

$$\begin{aligned} u &= C \cdot \operatorname{Sinh} a\zeta \cdot \cos a\zeta \\ v &= C \cdot \operatorname{Cosh} a\zeta \cdot \sin a\zeta, \end{aligned} \tag{10}$$

och

$$\frac{du}{dz} = C a \left[\operatorname{Cosh} a\zeta \cos a\zeta - \operatorname{Sinh} a\zeta \sin a\zeta \right]$$

$$\frac{dv}{dz} = C a \left[\operatorname{Cosh} a\zeta \cos a\zeta + \operatorname{Sinh} a\zeta \sin a\zeta \right].$$

Tangenten för vinkeln β mellan x-axeln och ytströmmens riktning är alltså

$$tg\,\beta = \left(\frac{v}{u}\right)_{\zeta = d} = \frac{\operatorname{Cosh} ad \sin ad}{\operatorname{Sinh} ad \cos ad},$$

och tangenten för vinkeln γ mellan x-axeln och vindtryckets riktning

$$tg\,\gamma = \left(\frac{dv}{d\zeta} : \frac{du}{d\zeta}\right)_{\zeta = d} = \frac{\operatorname{Cosh} ad \cos ad + \operatorname{Sinh} ad \sin ad}{\operatorname{Cosh} ad \cos ad - \operatorname{Sinh} ad \sin ad}.$$

Om, liksom förut, α betecknar den vinkel, som vindtryckets riktning bildar till venster om ytströmmens riktning, så erhålles alltså

$$tg\,\alpha = \frac{tg\,\gamma - tg\,\beta}{1 + tg\,\beta\, tg\,\gamma} = \frac{\operatorname{Sinh} 2\,ad - \sin 2\,ad}{\operatorname{Sinh} 2\,ad + \sin 2\,ad}, \tag{11}$$

och *detta är alltså tangenten för ytströmmens afböjningsvinkel, räknad till höger från vindkraftens riktning.* Afböjningsvinkeln är alltså ej längre konstant, när djupet är ändligt, och en ökning af djupet d eller af latituden φ eller en minskning af friktionskoefficienten μ hafva alla samma verkan på ändringen af α.

I det fall att ad antages mycket liten, öfvergår ekvationen (11) uti

$$tg\,\alpha = \frac{2}{3}\,a^2 d^2 = \frac{2}{3}\,\frac{q\,d^2\,\omega \sin\varphi}{\mu}. \tag{12}$$

Häraf synes, att *när man kommer nära ekvatorn så minskas afböjningsvinkeln,* och vid ekvatorn går vindströmmen i vindens egen riktning. Ekvationerna (10) gifva visserligen, om man insätter $a = 0$, endast $u = v = 0$, men om man före insättningen af $a = 0$ ersätter konstanten C med $C : a$, så får man $u = C\zeta$; $v = C\zeta$, således en från botten mot ytan jämnt stigande hastighet.

Å andra sidan visar (12) äfven, att *afböjningsvinkeln är liten, när djupet är litet.* Af (11) framgår, att när djupet ökas, så är α omsom större och mindre än 45°, men differenserna aftaga mycket fort med växande djup. Antages t. ex. $d = \frac{\pi}{4a}$ — d. v. s. lika med hälften af det djup, som ytströmmen skulle få i oändligt djupt vatten — så erhålles $\operatorname{tg}\alpha = \left(\operatorname{Sinh}\frac{\pi}{2} - 1\right) : \left(\operatorname{Sinh}\frac{\pi}{2} + 1\right) = 0{\cdot}394$, och sålunda[1] $\alpha = 21°{\cdot}5$. På dubbla detta djup, $d = \frac{\pi}{2a}$, är $\alpha = 45°$, och för $d = \frac{3\pi}{4a}$ erhålles $\alpha = 46°{\cdot}0$. För $d = \infty$ öfvergår (11) uti $\operatorname{tg}\alpha = 1$.

Diskussion af resultaten.

Om vi hålla oss till det fall att hafsdjupet är oändligt, hvilket lämpar sig bäst för en allmän diskussion, så framgår af (9)

[1] På grunda innanhaf såsom t. ex. Östersjön, torde afböjningsvinkeln sålunda kunna blifva afsevärdt mindre än 45°. Det samma skulle kunna vara fallet äfven i djupa haf, om nämligen en salthaltsgräns eller en underström bildar en artificiell botten.

att *vindströmmens djup är minst vid polen och ökas långsamt mot låga breddgrader.* Om t. ex. D = 100 meter vid polen, så är D = 108 m. på 60° bredd, 141 m. på 30° bredd, 240 m. på 10° bredd och ökas sedan snabbt mot ekvatorn, där strömmen enligt teorien skulle nå ända till hafsbotten. Vidare beror strömmens djup af friktionskoefficienten μ, hvarom vidare skall talas längre fram. Däremot skulle det enligt de teoretiska resultaten *vara oberoende af vindstyrkan.* Detta resultat, som förefaller i hög grad orimligt, beror på att våra rörelse-ekvationer äro lineära; i verkligheten kommer strömmens djup att ökas i någon mån med vindstyrkan, emedan μ ökas med rörelsens häftighet.

Ytströmmens hastighet V_0 växer enligt (8) *proportionellt med vindkraften T och ökas från polen mot ekvatorn i samma proportion som strömmens djup,* nämligen som $1 : \sqrt{\sin \varphi}$. *Afböjningsvinkeln* α hade vi funnit vara konstant = 45°, och detta förefaller egendomligt, då man ju borde vänta sig mindre afböjning af strömmen, ju mindre jordrotationens verkan är. Förklaringen ligger emellertid däri, att afböjningskraftens storlek ej beror endast på jordrotationens vertikalkomposant $\omega \sin \varphi$, utan på produkten af denna med strömmens hastighet och massa; och då dessa två senare faktorer hvardera ökas mot ekvatorn proportionellt mot $1 : \sqrt{\sin \varphi}$, så blir produkten konstant. När man passerar ekvatorn från nordliga till sydliga breddgrader, så skulle alltså afböjningsvinkeln göra ett plötsligt språng från 45° åt *höger* till 45° åt *venster.* Detta orimliga resultat undvikes emellertid, såsom vi hafva sett, om man antager hafvets djup vara ändligt.

Den viktigaste orsaken till bristande öfverensstämmelse mellan de teoretiska resultaten och verkligheten ifråga om vindströmmar på låga breddgrader, är emellertid icke att vi antagit hafsdjupet vara oändligt, utan den, att vi antagit strömmen vara stationär. *Ju närmare man kommer ekvatorn ju sämre äro nämligen betingelserna för att det stationära tillståndet skall* *kunna inträda*, ty ju närmare ekvatorn, ju större skola hastigheterna och strömmens djup vara. På ekvatorn är den ifrågavarande lösningen af problemet ej längre formelt giltig.

Att genom jämförelse mellan de härskande vindarna och hafsströmmarna bekräfta det erhållna resultatet angående vindströmmens afböjning, är en mycket vansklig uppgift, och man kan därvid icke iakttaga för stor försiktighet, bland annat emedan strömmarnas banor nästan öfverallt tyckas vara betingade af kusternas form. Jag skall derför blott anmärka det förhållandet, att de flesta stora hafsströmmarna — ekvatorialströmmarna, Brazilianska strömmen, Antill-strömmen, äfvensom de vexlande monsunströmmarna i Indiska hafvet — i stort sedt hafva den rätta riktningen till höger om vinden på nordliga breddgrader och till venster om den på sydliga breddgrader.

Som förut antydts, vållar *bestämningen af friktionskoefficienten* μ en särskild svårighet, när det är fråga om att använda den erhållna lösningen för numeriska räkningar, och isynnerhet, när det gäller att bestämma det *djup*, en vindström kan erhålla.

Om man begagnar det experimentellt bestämda värdet på μ och sålunda sätter $\mu : q = 0.0144$ C.G.S.-enheter, hvilket värde Zöppritz använder i sin vindströmsteori, så erhålles

$$a = \sqrt{\frac{0.0000729}{0.0144} \sin \varphi} = \frac{\sqrt{\sin \varphi}}{14.1}.$$

Insättes detta värde i uttrycket för ytströmmens djup $D = \pi : 2a$, så finner man att detta vid polen skulle vara endast 22 cm. och vid vändkretsarna 35 cm. På mindre än en half meters djup skulle alltså strömmen gå vinkelrätt mot själfva ytvattnets hastighetsriktning, och på 4 gånger samma djup skulle vattnet vara praktiskt taget orörligt. Orsaken, hvarför i verkligheten förhållandena äro så helt olika, har mångfaldiga gånger påpekats af olika författare. Den ligger i uppkomsten af hvirflar, hvilka göra, att de öfver hvarandra glidande vattenlagren ingripa i hvarandras rörelse på ett ojämförligt kraftigare sätt än genom enbart friktionen. Och om friktionen ökas så skall, som vi sett, ytströmmens djup ökas som kvadratroten ur densamma.

Den ofvan gjorda numeriska räkningen kan icke tillmätas annan betydelse, än att den visar att jordrotationen alls icke får försummas i en teori för stationära vindströmmar i fria hafvet; försummas den, så kommer man till det resultat som Zöppritz funnit: att vindströmmen under årtusendenas lopp skulle sträcka sig med *jämnt aftagande hastighet och oförändrad riktning ända ned till hafsbotten.*

När man skall ersätta det experimentella värdet på μ med ett värde som motsvarar den kraft, med hvilken vattenlagren ingripa i hvarandras rörelse, så stöter man emellertid på stora praktiska svårigheter. Det är icke osannolikt, att $\mu = 1000$ eller $\mu = 10000$ är riktigare än $\mu = 0.014$, men det är äfven möjligt att man har att räkna med måttligare storheter. Sannolikast är, att värdet på μ måste sättas mycket olika under olika omständigheter, och det enda sättet att få någon kunskap därom är att anställa omfattande observationer under olika förhållanden och i olika delar af hafvet, hafsvikarna och insjöarna. För detta ändamål tror jag att just observationer af strömriktningens ändring med djupet äro de som lättast och säkrast skola leda till målet, och det här behandlade vindströmsproblemet skulle sålunda läggas till grund för beräkning af friktionskoefficienten i hafvet, till gagn äfven för studiet af hafsströmmar, drifna af andra krafter än vinden. Äfven observationer af vindströmmens tillväxt vid början af dess tillvaro kunna, som längre fram skall visas, vara ändamålsenliga.

Vid strömmätningar, som jag företagit i Kristianiafjorden i April 1901, har jag i ett par fall iakttagit förändringar i strömriktningen och strömhastigheten[1], hvilka visa afgjord likhet med

[1] V. Walfrid Ekman: On a new Current-Meter invented by Prof. Fridtjof Nansen. Nyt Magazin f. Naturvidenskab. B. 39. H. 2. Kristiania 1901.

dem på fig. 1, och möjligen bero på jordrotationens inverkan. Det måste likväl betonas, att dessa fall äro för enstaka för att af dem sluta något med visshet, ehuru i *samtliga* de 4 fall, då

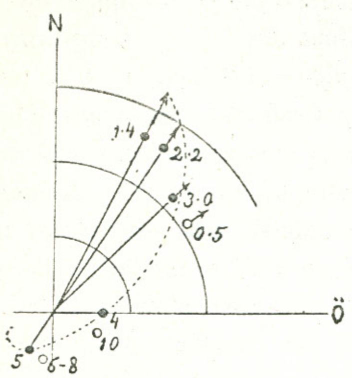

Fig. 2.

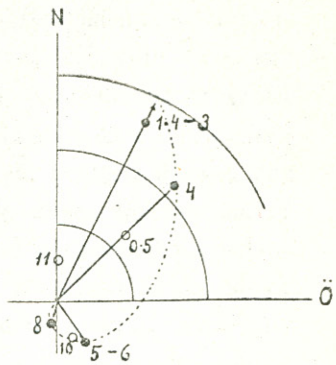

Fig. 3.

strömmen var tillräckligt regelbunden, likheten med den af fig. 1 representerade hastighetsfördelningen kan påvisas. Fig. 2—3 åskådliggöra de två tydligaste af dessa fall. Observationerna gjordes ett stycke innanför iskanten på en isbelagd vik, utanför hvilken var öppet vatten. Ofvanpå saltvattnet låg ett 1—2 meter tjockt lager smältvatten, som drifvet af den rådande blåsten sattes i en regelbunden rörelse äfven under istäcket och gentemot saltvattnet inunder spelade vindens roll.

Hastigheterna i den sålunda uppkomna „vindströmmen" i saltvattnet äro representerade af små svarta prickar, strömindexar, hvilka utgöra spetsarna på strömpilar, utgående från koordinataxlarnas skärningspunkt. Som skala för hastigheterna äro utritade 3 cirkelbågar representerande hastigheter af 5, 10 och 15 cm. i sekunden. De vid prickarna stående talen utmärka djupet i meter. I en del fall var strömmätaren för känsligt inställd, så att skalan ej räckte till, och endast ett minimivärde erhölls af strömstyrkan. Detta utmärkes i så fall med en liten pil, riktad ut ifrån strömindexen. De observationer, som tagits närmast isen samt nedanför området för den regelbundna friktionsströmmen, äro utmärkta endast med en liten, icke fylld cirkel. Om man lägger figuren så, att hastigheten på 1.4 meters djup löper horizontellt åt höger, så är likheten med figur 1 ögonskenlig. Till hjälp för uppfattningen är en prickad linie dragen, motsvarande den som sammanbinder strömpilarna på fig. 1. Någon motsvarighet till afböjningsvinkeln vid ytan ($\alpha = 45°$) kan naturligtvis icke här förekomma, då luftströmmen är ersatt med en färskvattenström, och hastigheterna sålunda måste variera kontinuerligt. Vidare är att märka, att på de större djupen, där hastigheterna äro små, resultaten måste anses mycket osäkra på grund af inflytande ifrån de oregelbundna strömmarna nedanför. Det är sålunda sannolikt, att man rätteligen skulle tänka sig strömpilarna utgående från någon annan punkt än koordinatcentrum, nämligen från en punkt, som representerade bottenvattnets medelhastighet. Detta är äfven antydt genom den prickade liniens dragning på fig. 2. I båda fallen afviker strömriktningen ungefär 18° på 1.5 meter, hvilket skulle gifva $D = 7.5$ meter $= 750$ cm., och då observationerna äro utförda på 60° latitud, finner man häraf $\mu = 14$. Det bör därvid anmärkas, att strömmen gick helt långsamt under ett jämnt istäcke, samt att en ned till 20 meters djup likformigt växande salthalt bidrog att göra rörelsen jämn. I hafvet, där rörelsen ej kan försiggå så jämnt, måste vi därför i allmänhet vänta oss ännu mycket större värden på μ. Om friktionskoefficienten i hafvet vore lika många gånger större än det här funna värdet, som detta är större än det experimentella, så skulle vi i hafvet hafva $\mu = 14000$, och ytströmmen skulle på 60° latitud växa till 230 meters djup.

Rätteligen skulle, enligt hvad ofvan antydts, μ icke vara att betrakta som en konstant i hvarje särskildt problem, utan μ skulle vara störst på de djup, där strömhastigheterna förete de tväraste öfvergångarna eller täthetsskilnaderna äro minst eller af annan anledning hvirfvelrörelserna äro starkast. Här stå vi emellertid inför en viktig men mycket svårlöst fråga inom den praktiska hydrodynamiken, och dess behandling kan icke inrymmas inom ramen för en afhandling sådan som denna.

Om vindströmmens utveckling till sitt stationära tillstånd.

De föregående undersökningarna behöfva kompletteras i afseende på en mycket viktig fråga. Det har nämligen hela tiden antagits, att de strömmar, vi hafva att göra med, äro *stationära*, och de erhållna resultaten hafva därför ringa betydelse, så länge vi icke veta, *huruvida stationära vindströmmar i regel kunna förekomma i hafvet*. Det är i själfva verket tänkbart, att vinden skulle behöfva lång tid för att gifva de stora och lättrörliga vattenmassorna en så stor hastighet som den är i stånd att underhålla, och att därför strömmen icke skulle hinna ur sitt tillväxt-stadium, innan redan en ny vind inträdt, eller vattenmassorna hunnit till ett annat vind- eller hafs-område. Sålunda framgår af ZÖPPRITZ' beräkningar (vid hvilka hänsyn icke tagits till jordens rotation), att en vindström, som på 10 meters djup har $1/5$ af ytvattnets hastighet, skulle behöft *8 månader* för att bildas, äfven om vattenytan genast från första stund börjat röra sig med sin slutliga hastighet. För att under samma omständigheter $1/5$ af ythastigheten skulle nå ned till 100 meters djup, skulle det erfordras *67 år*. Det är visserligen uppenbart, att de tidrymder, som ZÖPPRITZ beräknat, äro alldeles för stora, och orsaken ligger däri, att han användt den experimentella friktionskoefficienten $\mu = 0.014$, men *hur* mycket hans resultat måste modifieras, kan icke afgöras, så länge vi icke veta hvilket värde som bör sättas på μ. Ökas μ, så skulle det djup, till hvilket en viss hastighet tränger ned på viss tid, ökas[1] som $\sqrt{\mu}$.

[1] Detta ger, som på sid. 53 antydts, ett medel att bestämma konstanten μ genom strömobservationer nära efter en ny vinds inträdande.

Emellertid är det så lyckligt, att vid besvarande af den fråga, som närmast intresserar oss, koefficienten μ bortfaller ur resultatet. Om μ ökas, så kommer nämligen enligt (9) den stationära vindströmmens djup att ökas som $\sqrt{\mu}$, alltså proportionellt mot den hastighet med hvilken strömmen sprider sig mot djupet vid rörelsens början. Den *tid*, som åtgår för att strömmen skall erhålla sitt slutliga djup, tyckes sålunda blifva oförändrad.

Exakt kan detta bevisas med hjälp af endast rörelsekvationerna. Dessa, som skola motsvara ekvationerna (2) eller (3) sid. 42 — så när som på att rörelsen icke längre antages vara stationär — äro

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 2\,\omega\, v + \frac{\mu}{q}\,\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}; \quad \frac{\partial v}{\partial t} = -\,2\,\omega\, u + \frac{\mu}{q}\,\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}, \tag{13}$$

där t betyder tiden, och ω sin φ för korthets skull blifvit ersatt med ω.

Om nu strömmen antages alstrad af en stadig vind (tangentialtryck $= T$), riktad 45° till venster om x-axeln och begynnande vid tiden $t = o$, så äro gränsvillkoren följande:

$$\begin{gathered} u = v = o \text{ för } t = o\,;\ u = v = o \text{ för } z = \infty\,; \\ \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = -\,\frac{1}{\mu\sqrt{2}}\,T\ (= u'_o) \quad \text{för } z = o. \end{gathered} \tag{14}$$

Rörelsen kan icke bero af andra kvantiteter än de i (13) ingående: $\omega, \frac{\mu}{q}, z, t$ samt af den i (14) ingående u'_o. Alltså måste u och v vara af formen

$$u = f_1\left(\omega\,, \frac{\mu}{q}, u'_o\,, z\,, t\right);\ v = f_2\left(\omega\,, \frac{\mu}{q}, u'_o\,, z, t\right).$$

Såväl ekvationerna (13) som gränsvillkoren (14) satisfiera likheten

$$f\left(\omega\,, \frac{\mu}{q}, n\,u'_o\,, z\,, t\right) = n\,f\left(\omega\,,\ \frac{\mu}{q}, u'_o\,, z\,, t\right),$$

där n är en godtyckligt vald konstant, och följaktligen är f_1 af formen

$$u = u'_0 F_1 \left(\omega, \frac{\mu}{q}, z, t\right)$$

eller, om vi skrifva $F_1 = \sqrt{\frac{\mu}{q}} \Phi_1$,

$$u = u'_0 \sqrt{\frac{\mu}{q}} \Phi_1 \left(\omega, \frac{\mu}{q}, z, t\right).$$

Här har u dimensionen $L T^{-1}$,

u'_0 — T^{-1},

$\sqrt{\frac{\mu}{q}}$ — $L T^{-\frac{1}{2}}$.

För att ekvationen skall vara homogen, måste alltså Φ_1 hafva dimensionen $\sqrt{T}$, men icke någon längd-dimension, och följaktligen måste u vara af formen

$$u = u_0' \sqrt{\frac{\mu}{q}} \psi_1 \left(\omega, z\sqrt{\frac{q}{\mu}}, t\right).$$

Införes slutligen uttrycket på u_0' ur (14), och sätta vi $-\frac{1}{\sqrt{2}} \psi_1 = \varphi_1$, så erhålles

$$u = \frac{T}{\sqrt{\mu q}} \varphi_1 \left(\omega, z\sqrt{\frac{q}{\mu}}, t\right). \tag{15}$$

På samma sätt erhålles

$$v = \frac{T}{\sqrt{\mu q}} \varphi_2 \left(\omega, z\sqrt{\frac{q}{\mu}}, t\right)$$

Af dessa ekvationer framgår omedelbart, att om μ ökas med faktorn m, så erhålles en med den förra rörelsen i så måtto likformig rörelse, att de lodräta afstånden z blifva multiplicerade med faktorn $\sqrt{m}$ och hastigheterna med faktorn $1 : \sqrt{m}$, under det att tiderna blifva oförändrade. Härmed är sålunda den åsyftade satsen bevisad, nämligen att *de tider, en vindström behöfver för att erhålla* $\frac{1}{2}$, $\frac{9}{10}$ *o.s.v. af sitt slutliga djup eller sin slutliga hastighet, äro oberoende af friktionens storlek i hafvet.*

Detta resultat ger oss hopp om, att den tid, som en vind måste verka, innan de af densamma drifna strömmarna erhålla sin fulla utveckling, skall kunna beräknas med betydligt större säkerhet och nogrannhet än som varit möjligt, såvida μ ingått i i resultatet. Utförandet af denna beräkning är emellertid förenadt med stora matematiska svårigheter, och jag kan därför tills-vidare endast åstadkomma en mycket ungefärlig uppskattning af den för vindströmmens bildande behöfliga tiden.

För att strömmen skall erhålla sin slutliga *riktning*, fordras en viss af jordens vinkelhastighet beroende minimitid, som lätt kan beräknas. Den först bildade ytströmmen går tydligtvis i vindens egen riktning. Om denna ström nu blefve öfverlämnad åt sig själf, utan att vidare påverkas af vinden, så skulle vattenmassorna som bekant beskrifva cirkelformiga banor, och strömriktningen skulle vrida sig likformigt en vinkel $= 4\pi \sin \varphi$ på ett dygn (oberoende af strömmens hastighet). Det är lätt att se, att strömriktningen då äfven skulle vara en och samma på alla djup. Efter $\frac{1}{16}$ dygn $= 1^1/_2$ timme skulle strömmen — om vi antaga $\varphi = 90°$ — hafva erhållit afböjningsvinkeln 45°, svarande mot ytströmmens slutliga riktning; och på $4^1/_2$ timme skulle afböjningsvinkeln blifvit 135°, svarande mot den slutliga strömriktningen på djupet *D*. I verkligheten erhåller naturligtvis strömmen vid respektive djup betydligt *mindre* afböjningar på dessa tider, ty i samma mån som rörelsen närmar sig sitt stationära tillstånd, balanseras afböjningskraften af vinden och vattnets friktion. Om man antager, att tre gånger de ofvan beräknade tiderna behöfves, för att strömmen skall på respektive djup tillnärmelsevis erhålla sin stationära riktning, så skulle detta alltså vid ytströmmens undre gräns inträffa efter $13^1/_2$ timme. På lägre breddgrader ökas denna tid omvändt som sin φ.

Å andra sidan hafva vi att göra en ungefärlig uppskattning af den tid som åtgår, för att den mot det stationära tillståndet svarande *strömhastigheten* skall meddelas åt de olika vattenlagren, eller enklare formuleradt: för att vattenmassan skall erhålla den häremot svarande *rörelseenergien.* Den rörelseenergi E (per ytenhet af vattenytan), som skall meddelas åt vattnet, är enligt (6)

$$E = \tfrac{1}{2}\, q\, V_0{}^2 \int_0^\infty e^{-2az} dz = \frac{q\, V_0{}^2}{4\,a} = \frac{V_0{}^2}{4} \sqrt{\frac{\mu q}{\omega \sin \varphi}},$$

och genom jämförelse med (8) finner man

$$E = \frac{T V_0}{4\sqrt{2}\,\omega \sin \varphi} \qquad (16)$$

Den kraft, som skall utföra det häremot svarande arbetet, är tangentialtrycket T på vattenytan. Vattenytans hastighet i kraftens riktning är vid rörelsens början noll och närmar sig sedan till $V_0 / \sqrt{2}$; medelhastigheten under den betraktade tiden kan antagas vara ungefär $\tfrac{1}{2} \cdot V_0$. Det under tiden t utförda arbetet är alltså

$$A = \tfrac{1}{2}\, T V_0\, t, \qquad (17)$$

och detta skulle vara lika med E, såvida hela arbetsmängden kom till nytta för åstadkommande af rörelse. Men detta är icke fallet, utan en stor del af arbetet går förloradt såsom värme på grund af friktionen. Såvida jordrotationen icke verkade, utan strömmen ständigt accelererades i vindens egen riktning, så kan det visas, att förhållandet mellan den alstrade rörelseenergien och det af vinden utförda arbetet är konstant $= (\sqrt{2} - 1)$[1] eller ungefär 0·4.

[1] Beviset härför har jag ej ansett lämpligt att här meddela, då det är ganska vidlyftigt, och resultatet är af jämförelsevis ringa vikt i detta sammanhang.

Detta förhållande består sålunda vid början af en vindströms uppkomst, innan strömmen hunnit få någon märkbar afböjning. Ju mera rörelsen närmar sig sitt stationära tillstånd, ju mera kommer emellertid arbetet att uteslutande öfvergå i värme, och jag antager, att när strömmen blifvit tillnärmelsevis stationär, så har endast $\frac{1}{4} \times 0.4 = \frac{1}{10}$ af hela det utförda arbetet kommit till godo i form af rörelseenergi. Under detta antagande skulle en jämförelse mellan (16) och (17) gifva

$$\frac{TV_0}{4\sqrt{2}\,\omega\, sin\,\varphi} = \tfrac{1}{20}\, TV_0 t,$$

och alltså

$$t = \frac{5}{\sqrt{2}\,\omega\, sin\,\varphi}.$$

Om tiden räknas i timmar, så är $\omega = \frac{\pi}{12}$.
I polarhafvet skulle således en vindström blifva stationär på $\frac{60}{\pi\sqrt{2}} = 13\tfrac{1}{2}$ timme och i närheten af vändkretsarne ($\varphi = 23°$) på 35 timmar (alltså samma tider som erhållits sid. 59).

Visserligen äro dessa siffror endast ungefärliga uppskattningar, och i själfva verket är ju äfven den fråga, som skulle besvaras, obestämd, emedan rörelsen *så småningom* närmar sig sitt stationära tillstånd, utan att någonsin exakt uppnå det. Men äfven om resultaten vore felaktiga på t. o. m. 100 procent, så innebära de tydligen ett stort framsteg i noggrannhet, om man jämför dem med Zöppritz' ofvan anförda beräkningar, enligt hvilka vindströmmar af 10 och 100 meters mäktighet (se sid. 56) skulle behöft 8 månader respektive 67 år för att sättas i gång.

Resultatet af den på sid. 57—61 gjorda beräkningen kan sammanfattas sålunda. *Den tid en jämn vind behöfver verka, för att den af vinden uppväckta strömmen skall (praktiskt taget) erhålla sin fulla utveckling, är oberoende af vindströmmens slutliga djup och styrka och är på höga bredd-*

grader omkring ett halft eller ett helt dygn; på lägre breddgrader ökas tiden ungefär omvändt som sinus för bredden.

Därmed är äfven svaret gifvet på den fråga som föranledde dessa beräkningar. *Såvidt af teorien kan slutas, böra stationära vindströmmar vara en vanlig företeelse icke endast inom passad- och monsunregionerna, utan äfven i andra delar af hafvet under någotsånär stadiga vindförhållanden.*

Utan tvifvel skall man i en framtid kunna genom undersökningar i hafvet fullt bekräfta dessa resultat, eller visa i hvad mån de behöfva modifieras. Ehuru detta ej nu låter sig göra, förtjänar det likväl att anmärkas, att de synas stå i god öfverensstämmelse med observationerna under „Fram“-expeditionen. Dessa visa nämligen, att *isdriftens riktning följde vindens växlingar äfven under så korta perioder som ett par dygn och därvid alltid visade afböjningen till höger om vindriktningen.* Äfven de på sid. 53—55 omnämnda strömmätningarne i Kristianiafjorden kunna anföras i samma syfte. De af fig. 2 och 3 representerade strömmarna visa nämligen utprägladt den vridning af strömriktningen, som skulle vara utmärkande för stationära vindströmmar, och dessa strömmar voro observerade på middagen af den första blåsdagen *och hade alltså uppstått på mindre än ett dygn.*

I det föregående har visats, att jordrotationen medför en fullständig omgestaltning af vindströmmarnas förlopp, sådant det skulle varit, om jorden stått stilla. I det senare fallet skulle, såsom Zöppritz visat, vindens verkan nedtränga obegränsadt mot hafsbotten och hufvudsakligen åstadkomma mäktiga djupströmmar, oföränderligt följande vindens medelriktning (naturligtvis under antagande att kontinenter m. m. ej modifierade förloppet). På grund af jordens rotation kommer i stället vindens verkan att vara helt och hållet begränsad till ett jämförelsevis funnit ytlager; inom detta är strömmen bestämd endast af de under de senaste dygnen rådande vindarna, men afviker betydligt från dessas medelriktning.

Om strömmarna på grund af kontinenter eller andra hinder äro mer eller mindre bundna vid vissa banor, så blifva förhållandena mera komplicerade, och åtskilliga problem återstå att lösa för att gifva teorien full tillämplighet i dylika fall. Utan tvifvel skall det vara fördelaktigt för sådana ändamål att begagna sig äfven af experimentella metoder och af strömobservationer i hafvet. Dessa skola gifva de teoretiska beräkningarne en säkrare grund och skola å andra sidan, då de diskuteras på grundval af de teoretiska resultaten, medgifva slutsatser af större räckvidd än annars vore möjligt.

Stockholm, Februari 1902.

Trykt den 9. april 1902.